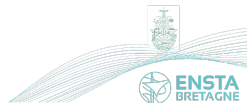


Estimation modale par décomposition parcimonieuse structurée par la donnée

Clément Dorffer, Angélique Drémeau et Gilles Le Chenadec

Lab-STICC & ENSTA-Bretagne



Projet financé par l'AID (thanks #DGA)

Objectifs

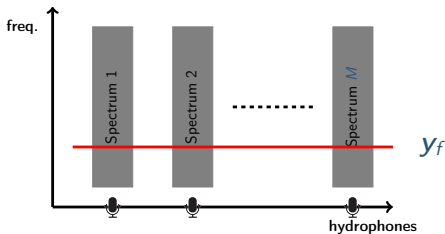
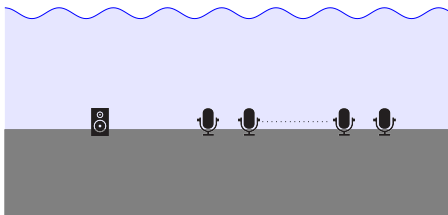
- Combinaison apprentissage profond/modèles probabilistes et physiques.
- Développement algorithmique pour l'acoustique sous-marine.

Focus

- Estimation modale en UBF petits fonds.

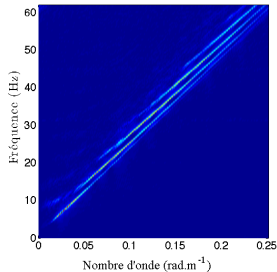


Estimation modale en UBF petits fonds



$$y_f = \sum_m a_{f,m} e^{-irk(f,m)} \approx F z_f$$

$$\begin{bmatrix} z_F^T \\ \vdots \\ z_1^T \\ z_0^T \end{bmatrix}$$



$$= \mathbf{Z}$$

Objectif: $\forall f$ retrouver z_f à partir de y_f .



Stratégie de résolution

Approche "classique"

- Représentation parcimonieuse fréquence par fréquence.
- Cadre Bayésien: hypothèse d'indépendance (Bernoulli prior).
⇒ propriétés de propagation non-exploitées.

Approche proposée

- Considérer l'ensemble des fréquences en un seul problème d'approximation parcimonieuse.
- Résoudre le problème d'optimisation dans un cadre Bayésien.



Mise en forme

Vectorisation:

$$\begin{array}{|c|} \hline y_0 \\ \hline y_1 \\ \hline \vdots \\ \hline y_F \\ \hline \end{array} \approx \begin{array}{|c|c|c|} \hline F & & \\ \hline & F & 0 \\ \hline & & \ddots \\ \hline & 0 & & F \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline z_0 \\ \hline z_1 \\ \hline \vdots \\ \hline z_F \\ \hline \end{array}$$

$y \qquad \qquad \qquad D \qquad \qquad \qquad z$

Le problème d'optimisation

$$\hat{z} = \arg \min_z \|y - Dz\|_F + \lambda \|z\|_0.$$



Formulation Bayésienne

- Modélisation de \mathbf{z}

$$\mathbf{z} = \mathbf{s} \odot \mathbf{x}$$

avec

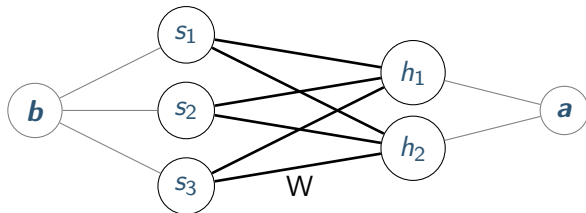
$$\mathbf{s} \in \{0, 1\}^N, \text{ et } \mathbf{x} \in \mathbb{C}^N \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_x^2)$$

- Machine de Boltzmann Restreinte (RBM)

$$p(\mathbf{s}) = \sum_{\mathbf{h}} p(\mathbf{s}, \mathbf{h}) \propto \sum_{\mathbf{h}} \exp(\mathbf{a}^T \mathbf{h} + \mathbf{b}^T \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \mathbf{W} \mathbf{h})$$



Machines de Boltzmann Restreintes



- RBMs réseau de neurones pouvant apprendre n'importe quelle distribution sur la couche visible, avec une précision arbitraire¹.
- Apprentissage des paramètres par des algorithmes efficaces et bien connus (e.g., Contrastive Divergence).²

¹N. Le Roux and Y. Bengio, "Representational power of restricted boltzmann machines and deep belief network", Neural computation, vol. 20, no. 6, pp.1631–1649, 2008.

²G. E. Hinton, "A practical guide to training restricted Boltzmann machines," Lecture Notes in Computer Science, vol. 7700, pp. 599 –619, 2012.

Les RBM comme *prior*

- Entraînement sur une collection de supports (cohérents avec l'application).

$$\Rightarrow p(\mathbf{s}, \mathbf{h}).$$

- Résolution du problème d'optimisation

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \max_{\mathbf{s}} \log p(\mathbf{s}|\mathbf{y})$$

$$\text{avec } p(\mathbf{s}|\mathbf{y}) = \int_{\mathbf{x}} \sum_{\mathbf{h}} p(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \mathbf{h}|\mathbf{y}) d\mathbf{x}$$



Méthode de résolution

1. Passage par une approximation de champ moyen de $p(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \mathbf{h}|\mathbf{y})$:

$$q(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \mathbf{h}) = \prod_i q(\mathbf{x}_i, \mathbf{s}_i) \prod_k q(\mathbf{h}_k) = \prod_i q(\mathbf{x}_i|\mathbf{s}_i)q(\mathbf{s}_i) \prod_k q(\mathbf{h}_k)$$

- Estimation de q par minimisation de la divergence KL (utilisation de l'algorithme VBEM)

2. Résolution de $\hat{\mathbf{s}} = \arg \max_{\mathbf{s}} \log q(\mathbf{s}) = \arg \max_{\mathbf{s}} \log \prod_i q(\mathbf{s}_i)$:

$$\mathbf{s}_i = \begin{cases} 1 & \text{si } q(\mathbf{s}_i = 1) > .5 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$



Résumé de la méthode.

- Apprentissage de la RBM (prior).
- Approximation de champ moyen (Algo. VBEM $\rightarrow q(\mathbf{s})$).
- Seuillage de $q(\mathbf{s}) \rightarrow \mathbf{s}$.



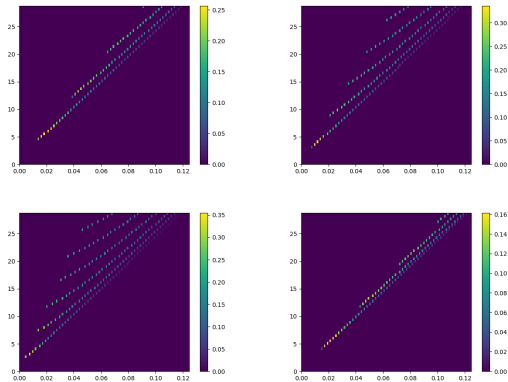
Les guides de Pekeris (apprentissage)

Construction d'une base d'apprentissage

- 3000 guides de Pekeris en faisant varier les paramètres (\rightarrow 3000 supports $z \rightarrow$ plan f-k).
- Antenne Linéaire Horizontale de 120 capteurs.
- 60 lignes fréquentielles d'intérêt.



Les guides de Pekeris (apprentissage)



→ Entraînement de la RBM par contrastive divergence.



Les guides de Pekeris (tests)

Construction du test

- 1 guides de Pekeris (plan f-r $\rightarrow \mathbf{y}$) avec paramètres:
 - $D = z_s = z = 130 \text{ m}$
 - $c_w = 1500 \text{ m s}^{-1}$, $c_s = 2000 \text{ m s}^{-1}$
 - $\rho_w = 1000 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_s = 2000 \text{ kg m}^{-3}$

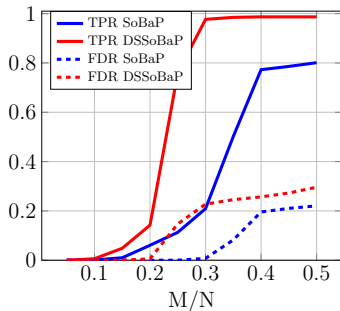
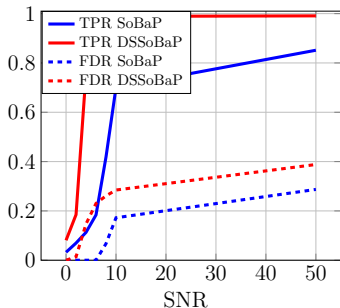
/!\ paramètres différents de la base d'apprentissage!

- SNR sur \mathbf{y} de 0 dB à 50 dB (par défaut: 4 dB).
- Nombre de capteurs de 6 à 60 (par défaut 30)

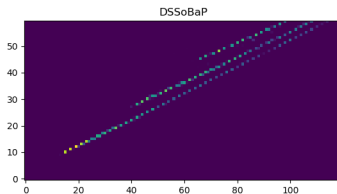
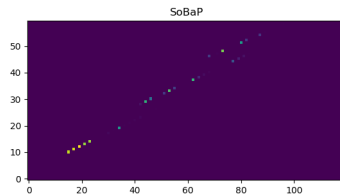
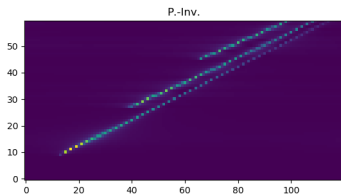
Évaluation des performances

- Taux de bonnes détections (TPR) et Taux de fausses alarmes (FDR).
- Comparaison SoBaP (Bernoulli-Gaussien) et DSSoBaP (RBM).
- Résultats moyennés sur 10 runs (10 tirages bruit/sélection capteurs).

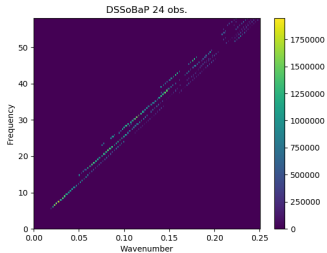
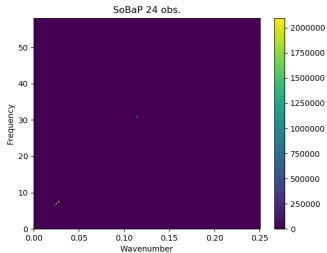
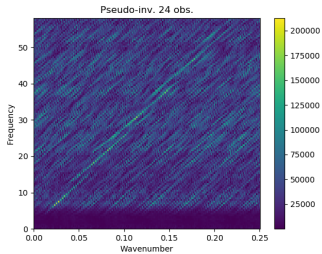
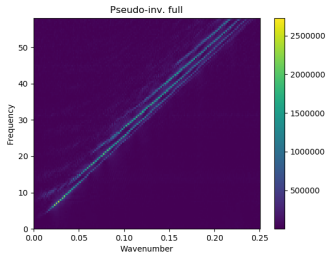
Les guides de Pekeris (résultats)



Les guides de Pekeris (tests)



Les données Mer du Nord



La physique est là!

Dans la RBM!

$$p(\mathbf{s}, \mathbf{h}) \propto \exp(\mathbf{a}^T \mathbf{h} + \mathbf{b}^T \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \mathbf{W} \mathbf{h})$$

$$\Rightarrow p(s_i = 1 | \mathbf{h}) = \frac{1}{1 + e^{-b_i - \mathbf{W}_{i,:} \mathbf{h}}}$$

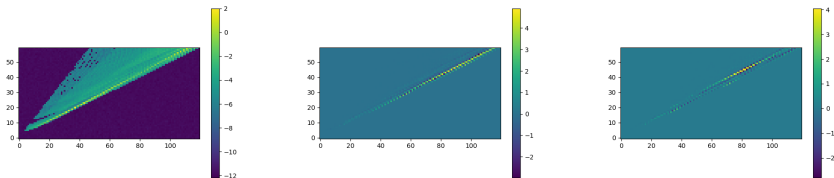


Figure: Visualisation des paramètres de la RBM, après apprentissage sur guides de Pakeris. (gauche) offset b , (milieu) première colonne de W (droite) deuxième colonne de W .

Extension au cas continu

Précédemment...

- Pour une fréquence f donnée, nombres d'ondes théoriques dans $\left[\frac{2\pi f}{c_s}, \frac{2\pi f}{c_w} \right]$.
- Dictionnaire = discrétisation de l'espace des nombres d'ondes.
- Erreurs d'estimation/de reconstruction.
- Rayon de détection = $\frac{1}{2}\delta_k$.

Réduction du rayon de détection

- Grille de discrétisation ajoutée au problème d'optimisation (dans approximation champ moyen puis dans VBEM)
- Mise à jour de la grille (descente de gradient).

Extension au cas continu

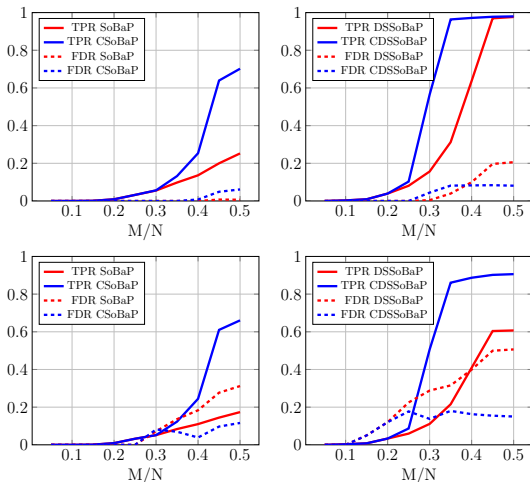


Figure: TPR/FDR en fonction de la proportion de capteurs pour des rayons de détection fixés à (haut) $r = \delta_k/2$ (bas) $r = \delta_k/4$ pour (à gauche) SoBaP, CSoBaP et (à droite) DSSoBaP et CDSSoBaP.

Conclusion

Les bons points

- Approche mêlant apprentissage et modèle probabiliste.
- (Très) Bonnes performances comparé au modèle Bernoulli-Gaussien.
- Utilisation de l'algo. DSSoBaP relativement facile.
- Interprétation du modèle possible.
- Extension au continu.

À méditer...

- Reconstruction de modes fantômes(?).
- Comportement en milieu fluctuant.
- Intérêt des *Deep*-RBM. /!\
- Possibilité d'utiliser des RBM Continues(?).

Fin.

