

# Estimation du canal acoustique sous-marin pour le positionnement et suivi de plateformes dérivantes sous-marines

M. Grangeon, F.-X. Socheleau, A. Ponte, B. Kinda, F. Le Courtois

mathis.grangeon@imt-atlantique.fr

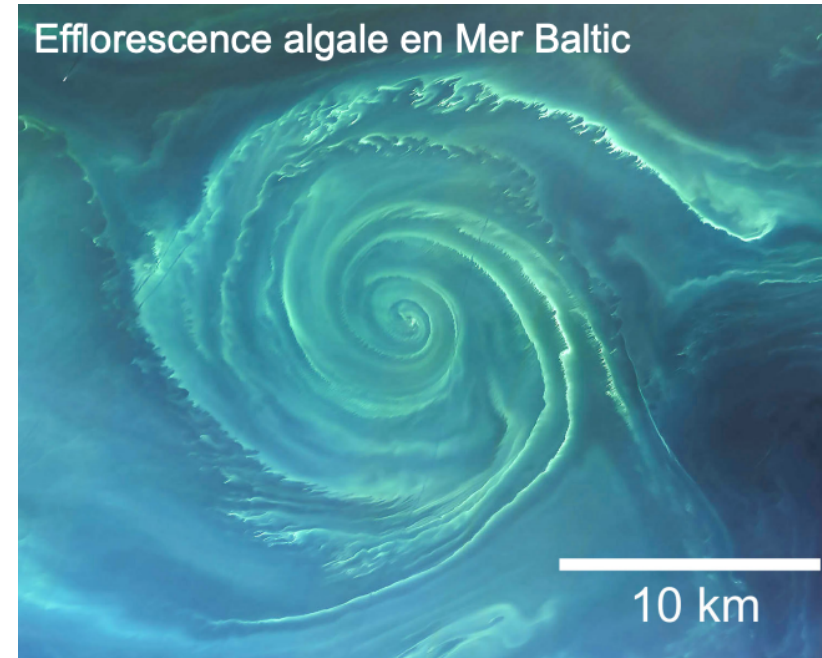
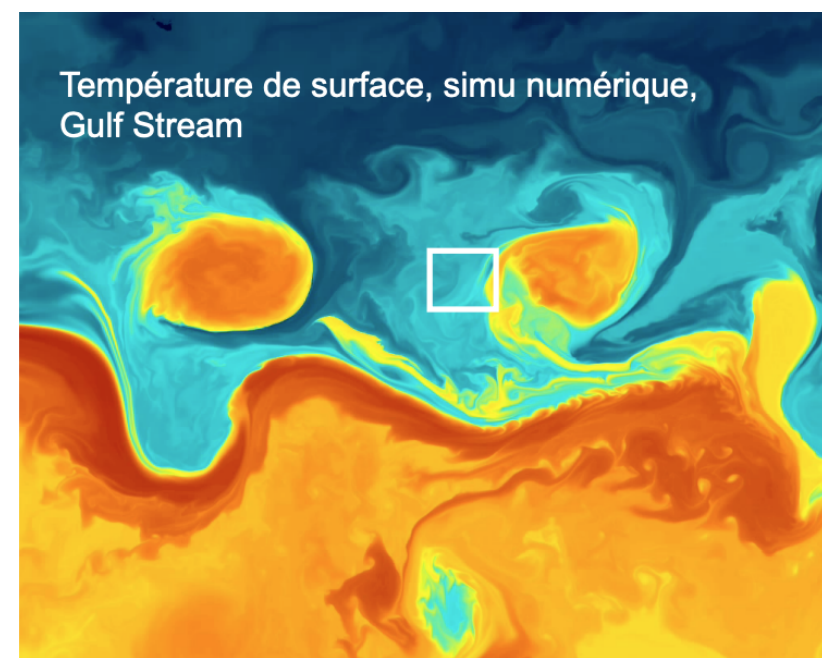


INNOVATION  
DÉFENSE  
LAB

## I. Sous-Mésoéchelle

La variabilité océanique de sous-mésoéchelle est un important sujet de recherche en océanographie car :

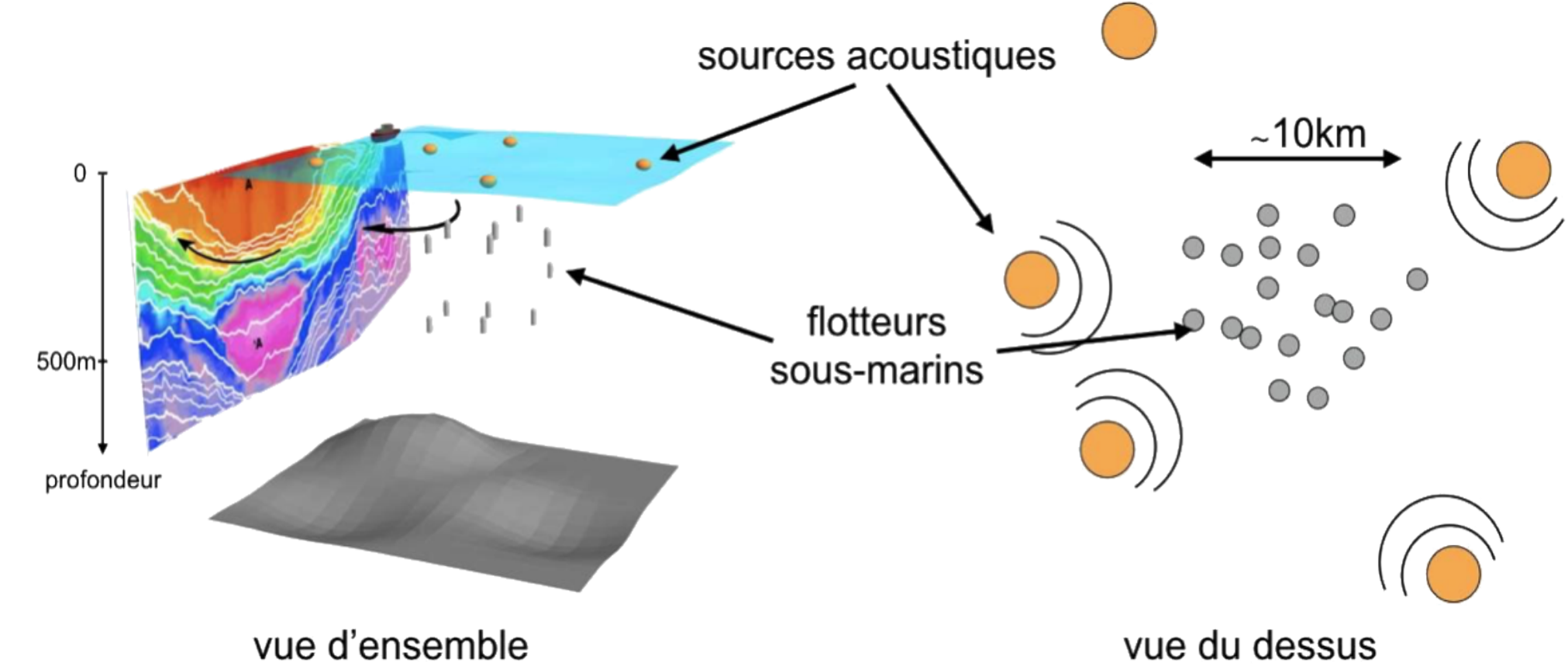
- elle est structurante pour les échanges entre l'océan profond & de surface
- son observation est un défi expérimental de part :
  - la finesse des phénomènes:  $1\text{km} < D < 10\text{km}$
  - la rapidité des phénomènes:  $1\text{h} < T < 1\text{semaine}$



## II. Contexte

Une nouvelle méthode d'observation de cette variabilité consiste à monitorer la dérive d'une meute de flotteurs autonomes déployées dans des structures de sous-mésoéchelle d'intérêt. Cela nécessite :

- une géolocalisation par acoustique des flotteurs
- la résolution d'un problème inverse reposant sur l'estimation du canal ASM



## III. Formalisation du problème

- $x(t)$  l'enveloppe complexe du signal transmis.
- Après propagation le signal reçu  $y(t)$  en bande de base vérifie  $y(t) = \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_{\ell}(t) x(t - \tau_{\ell}(t)) e^{-i2\pi f_c \tau_{\ell}(t)} + w(t)$ .
- Les paramètres à estimer  $\left\{ L, (\alpha_{\ell}(t), \tau_{\ell}^0, \epsilon_{\ell})_{\ell=0, \dots, L-1} \right\}$ .
- $w(t)$  est le bruit additif supposé gaussien de variance inconnue  $\sigma^2$ .

- Les amplitudes des trajets sont supposées constantes sur la durée de  $x(t)$  (environ  $1s$ ) soit:  $\alpha_{\ell}(t) \approx \alpha_{\ell}$
- Modèle équivalent:  $y = z + w$  avec  $z = \tilde{X}\alpha$  où :
  - $y$  et  $w \in \mathbb{C}^N$
  - $\alpha \in \mathbb{C}^L$
  - $\tilde{X} \in \mathbb{C}^{N \times L}$
- $\tilde{X}$  une matrice définie comme  $\tilde{X} = [\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_{L-1}]$  où :
  - $N$  dénote le nombre d'échantillons du signal
  - la  $k$ -ième entrée de chaque vecteur  $\tilde{x}_{\ell} \in \mathbb{C}^N$  vérifie  $\tilde{x}_{\ell}(k) = x(kT_s(1 - \epsilon_{\ell}) - \tau_{\ell}^0) e^{-i2\pi f_c(\epsilon_{\ell} k T_s + \tau_{\ell}^0)}$

## IV. Méthode d'estimation du canal

### Multi-Family Generalized Likelihood Ratio (MFGLR)

$\left\{ L, (\alpha_{\ell}(t), \tau_{\ell}^0, \epsilon_{\ell})_{\ell=0, \dots, L-1} \right\}$  inconnus  $\rightarrow \tilde{X}$  aussi.

Soit  $\{\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_M\}$  l'ensemble des valeurs possibles de  $\tilde{X} \rightarrow z \in \cup_{i=1}^M S_i$ .

Estimation du sous-espace de  $z$  avec le MFGLR :

$\hat{S} = S_{i^*}$  avec  $i^* = \operatorname{argmax}_{1 \leq i \leq M} g_i(L_i(y))$ , où :

- $L_i$  est une statistique GLR d'expression  $L_i(y) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{y^H P_{S_i} y}{y^H (I_N - P_{S_i}) y} \times \frac{N - n_i}{n_i} \right)$
- $g_i$  pénalise la statistique  $L_i$  qui augmente avec l'ordre du modèle  $n_i$
- $g_i$  est définie à partir de la fonction génératrice des cumulants de  $L_i$  [1]
- Estimation des amplitudes avec les moindres carrés

$$\hat{\alpha} = \left( \hat{\tilde{X}}^H \hat{\tilde{X}} \right)^{-1} \hat{\tilde{X}}^H y$$

Soit  $\tilde{X}_{\text{grid}}$  une matrice de  $N_{\text{grid}} \rightarrow M = \sum_{\ell=1}^{L_{\text{max}}} \binom{N_{\text{grid}}}{\ell} \rightarrow$  application directe trop complexe.

### Approximated MFGLR (AMFGLR)

Réduction de la complexité  $\rightarrow$  découplage de l'estimation du sous-espace  $\hat{S}$  du calcul de  $L_i$ .

Problème d'optimisation :

$$\hat{S} = \operatorname{span}\{\tilde{X}_{\text{grid}}(U^*)\} \text{ avec,}$$

$$U^* = \operatorname{argmin}_{U: |U| \leq L_{\text{max}}} \min_{\alpha} \left\| y - \tilde{X}_{\text{grid}}(U) \alpha \right\|^2$$

Résolution :

- Algorithme d'approximation parcimonieuse: Orthogonal Matching Pursuit
- Critère d'arrêt: maximisation de  $g_i$

#### Algorithme 1 : MFGLR approché

**Entrées :**  $y, \tilde{X}_{\text{grid}}, \mu_i, v_i$   
**Sorties :**  $\hat{S}, \hat{\alpha}$

- 1 Initialisation :  $i = 1, U_i = \emptyset, r_0 = y, \tilde{g}_0(y) = -\infty$
- 2 Estimation du support :  $U_i = U_{i-1} \cup S_i$  avec  $S_i = \operatorname{argmax}_{u=1, \dots, N_{\text{grid}}} \left| r_{i-1}^H \tilde{X}_{\text{grid}}(u) \right|$
- 3 Estimation du sous-espace :  $\hat{S}_i = \operatorname{span}\{\tilde{X}_{\text{grid}}(U_i)\}$
- 4 Mise à jour du résidu :  $r_i = (I_N - P_{\hat{S}_i}) y$
- 5 Statistique MFGLR :  $\tilde{g}_i(y) = 2 \left( \lambda_i L_i(y) - \mu_i \lambda_i - \frac{v_i}{2} \lambda_i^2 \right) \mathbb{1}_{\{L_i(y) - \mu_i\}}$  avec  $L_i(y) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{y^H P_{\hat{S}_i} y}{y^H (I_N - P_{\hat{S}_i}) y} \times \frac{N - i}{i} \right)$  et  $\lambda_i = \frac{L_i(y) - \mu_i}{v_i}$  où  $\mathbb{1}_{\{\cdot\}}$  désigne la fonction indicatrice.
- 6 **si**  $\tilde{g}_i(y) < \tilde{g}_{i-1}(y)$  **alors**
- 7      $\hat{S} = \hat{S}_{i-1}, \tilde{X} = \tilde{X}_{\text{grid}}(U_{i-1}),$   
     $\hat{\alpha} = \left( \hat{\tilde{X}}^H \hat{\tilde{X}} \right)^{-1} \hat{\tilde{X}}^H y$
- 8     Fin des itérations
- 9 **sinon**
- 10     $i = i + 1$  et retour à l'étape 2

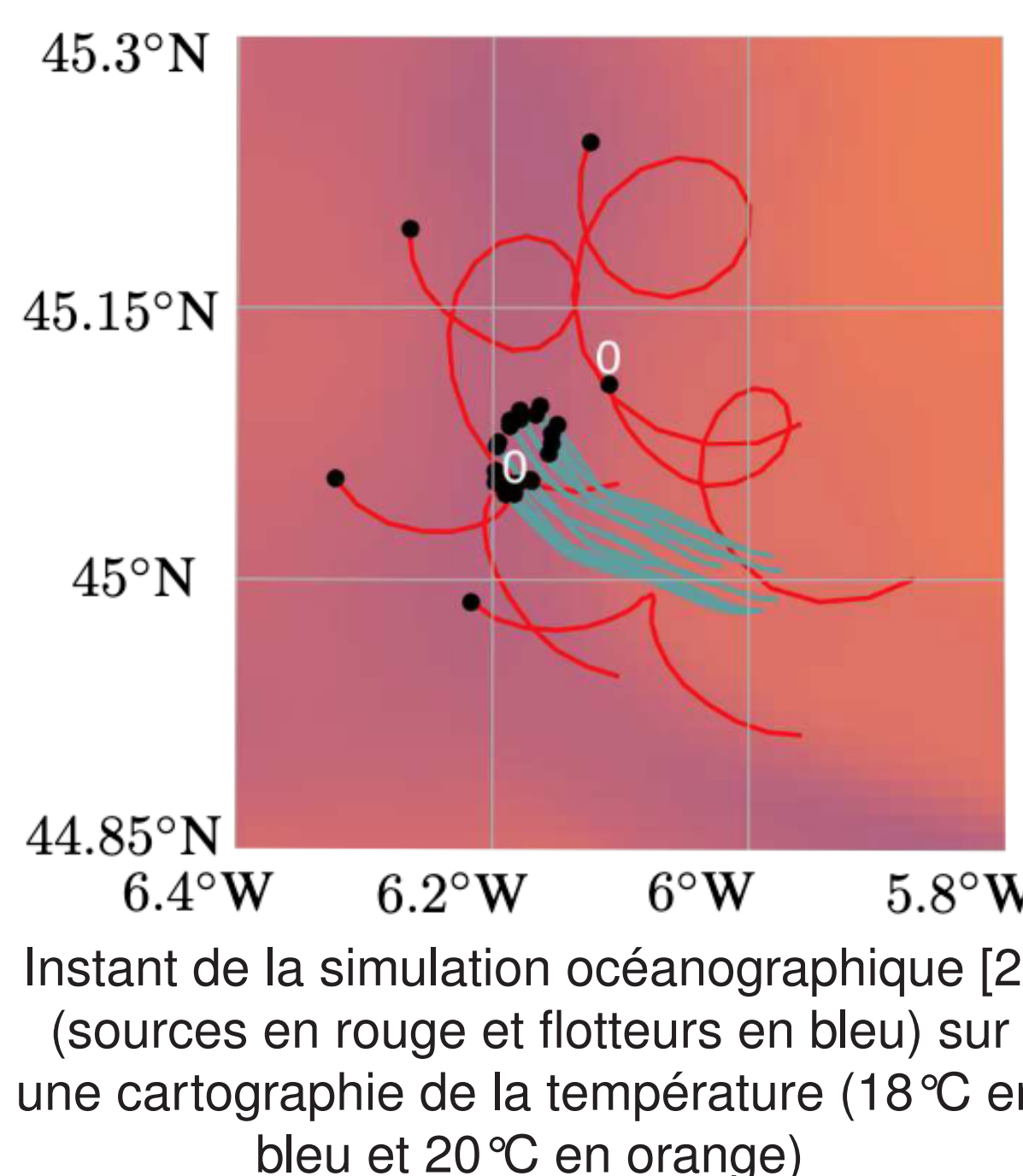
## V. Simulation & résultats

Pour évaluer les performances de la méthode dans un environnement fidèle à notre contexte, on utilise :

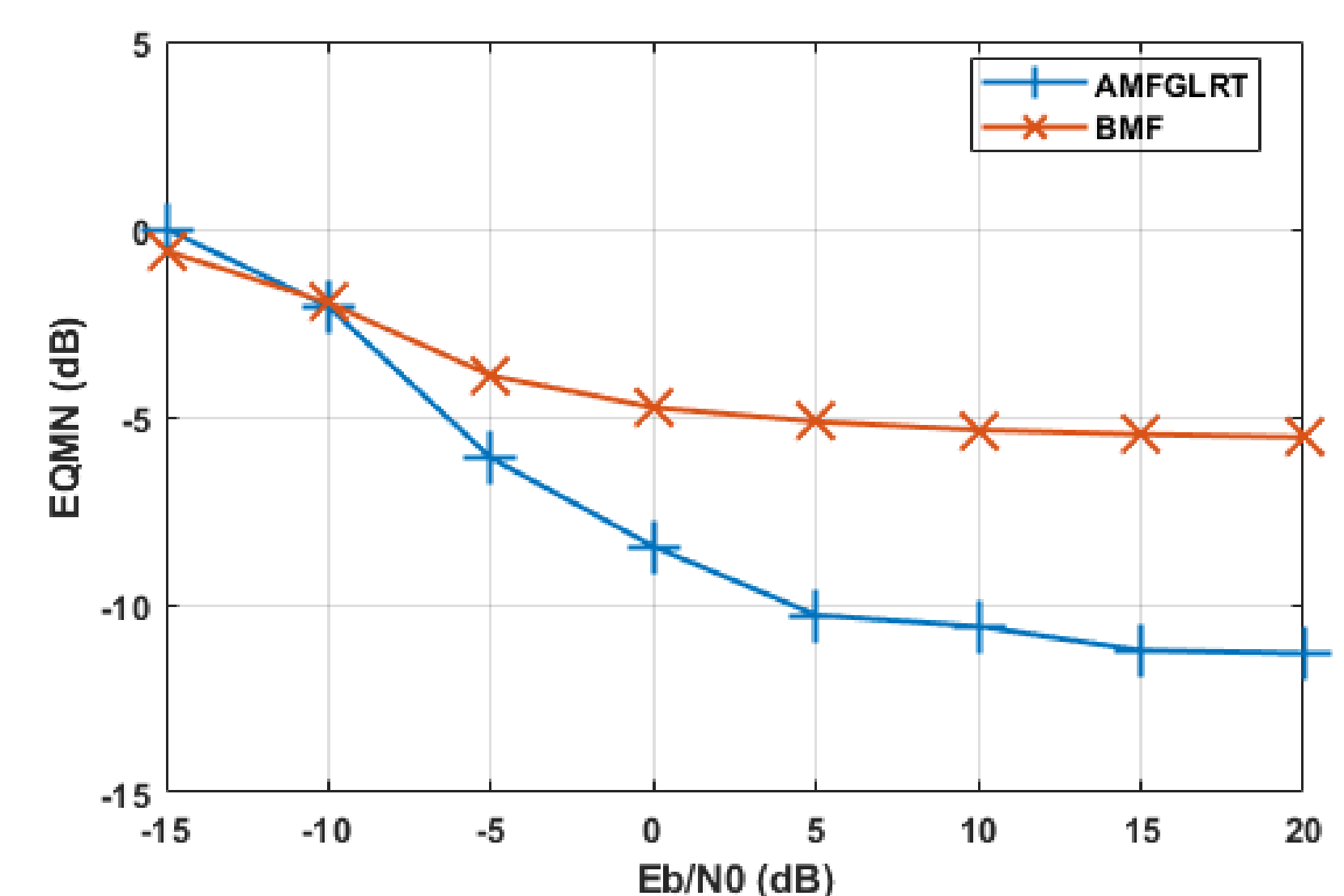
- une simulation CROCO qui reprend la situation océanographique dans le Golfe de Gascogne en automne 2019 [2]
- Bellhop pour calculer les tracés de rayons pour chaque instant dans l'environnement simulé entre chaque paire source-flotteur
- une séquence binaire de longueur maximale
- la métrique de performance est :

$$\text{EQMN} = 1/24 \sum_{i=1}^{24} \mathbb{E} \left( \left\| z - \hat{\tilde{X}}_i \hat{\alpha}_i \right\|_2^2 / \left\| z \right\|_2^2 \right)$$

- Comparaison de la méthode avec un banc de filtres adaptés (BMF)



Instant de la simulation océanographique [2] (sources en rouge et flotteurs en bleu) sur une cartographie de la température (18°C en bleu et 20°C en orange)



## VI. Conclusion

- Meilleure estimation du canal ASM grâce à l'estimation automatique de l'ordre du canal et la bonne résolution retard-Doppler
- Coût calculatoire plus élevé
- Perspective d'application du MFGLR sur la localisation de la meute de flotteurs

## VI. Références

- [1] F-X SOCHELEAU. "A Multifamily GLRT for CFAR Detection of Signals in a Union of Subspaces". In : *IEEE Signal Processing Letters* 27 (2020), p. 2104-2108.
- [2] Sebastien THEETEN et Guillaume CHARRIA. "Description de la configuration régionale BOB400 du modèle CROCO (Bay Of Biscay 400 mètres de résolution spatiale horizontale)". In : (2020). DOI: 10.13155/74855.